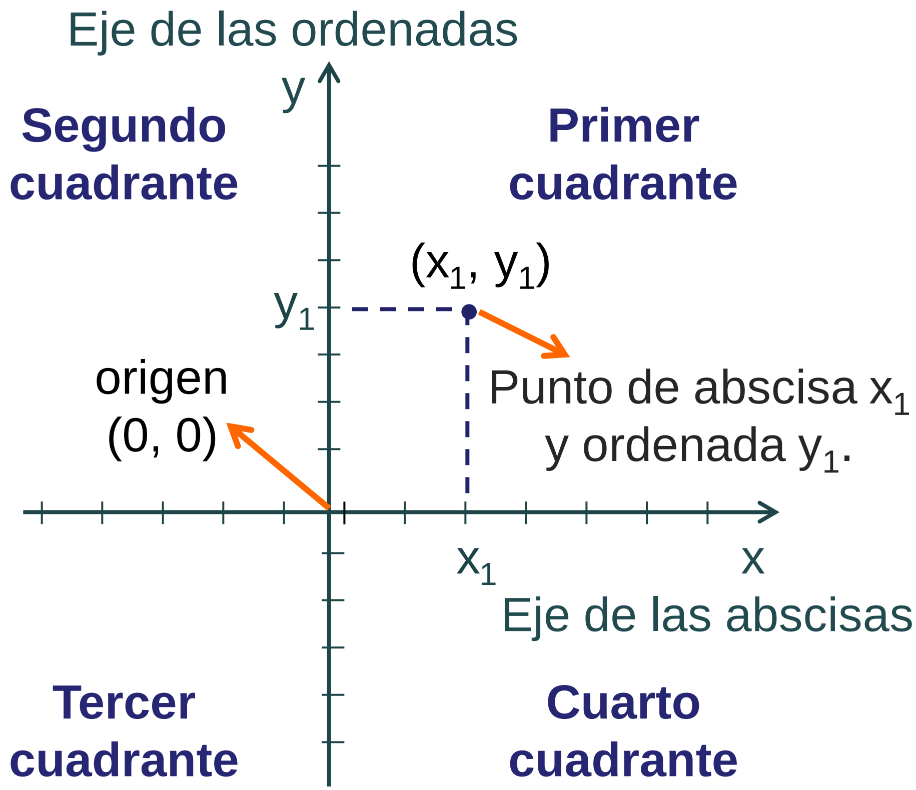
Plano cartesiano



La **distancia** entre dos puntos en el plano se puede determinar aplicando el teorema de Pitágoras. Así, la distancia **d** entre el punto (x_1, y_1) y el punto (x_2, y_2) queda expresada como:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para obtener el **punto medio** de un segmento en el plano, se deben promediar las coordenadas respectivas de los extremos del segmento.

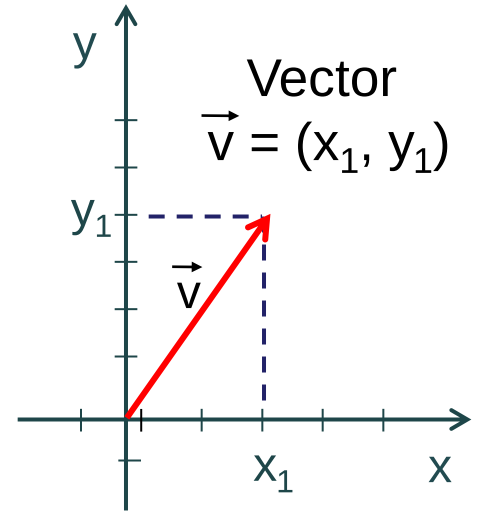
Así, si los extremos de un segmento son los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2), entonces su punto medio M es:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Vectores en el plano

Un **vector** es un objeto matemático que se caracteriza por tener **módulo o magnitud**, **dirección** y **sentido**.

Se representa algebraicamente por un par ordenado, y gráficamente por una **flecha** cuyo origen se ubica por lo general en el origen y cuyo final se ubica en el par ordenado que representa.



El módulo (longitud) de un vector $\vec{m} = (a, b)$, se representa por $|\vec{m}|$, y se calcula como la longitud de un segmento cuyos extremos son (0, 0) y (a, b).

$$|\vec{m}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Las **operaciones vectoriales** (suma, resta y ponderación de vectores) se realizan considerando las coordenadas por separado. Si se tienen los vectores $\vec{v} = (x_1, y_1)$ y $\vec{u} = (x_2, y_2)$, y λ es un número real, entonces:

Suma:	Resta:	Ponderación:
$\vec{v} + \vec{u} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$	$\vec{v} - \vec{u} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$	$\lambda \cdot \vec{v} = (\lambda \cdot x_1, \lambda \cdot y_1)$

2.1 Ecuación vectorial

Si $P_0(x_0, y_0)$ y $P_1(x_1, y_1)$ la ecuación vectorial de una recta que pasa por los puntos P_0 y P_1 es

$$(x, y, z) = (x_0, y_0) + \lambda(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$$

(Con λ en los reales)

El par $(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$ corresponde al **vector director** de la recta en el plano. Determina la dirección de la recta que pasa por ambos puntos.

2.2 Ecuaciones paramétricas

Igualando cada componente de la ecuación vectorial de la recta, se obtiene:

$$x = x_0 + \lambda(x_1 - x_0)$$

$$y = y_0 + \lambda(y_1 - y_0)$$

(Con λ en los reales)

2.3 Ecuación continua

Como λ es una constante real, entonces:

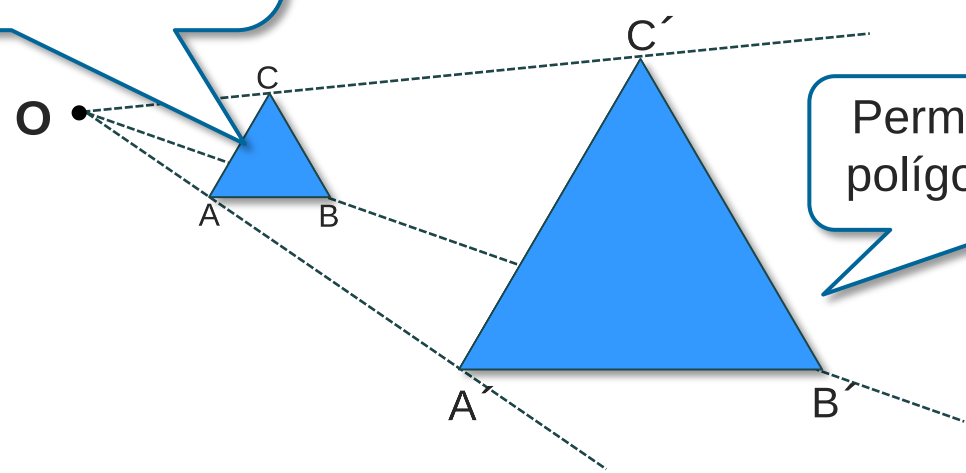
$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \lambda$$

1. Homotecia

1.1 Definición

Es una transformación geométrica que afecta a las longitudes de una figura en función de una determinada razón **k** y un punto fijo **O** llamado **centro de homotecia**.

El triángulo ABC se transforma en el triángulo A'B'C' mediante una **homotecia** de centro O.



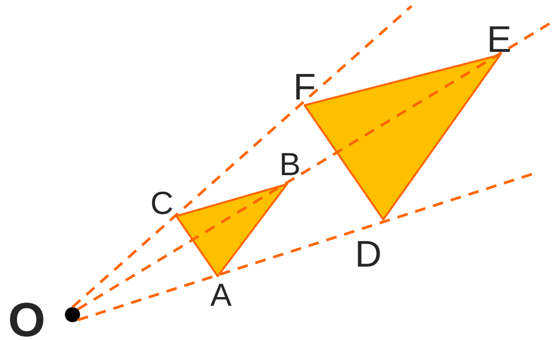
Permite obtener un polígono semejante

1. Homotecia

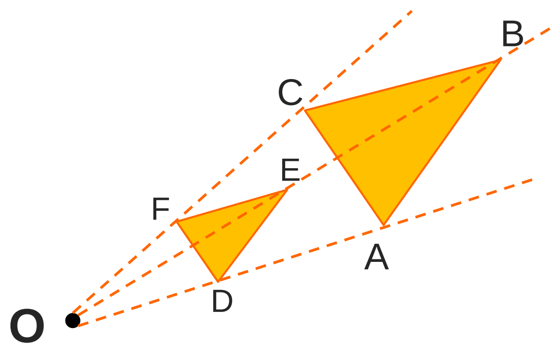
1.2 Casos

Al triángulo ABC se le aplica una homotecia de centro **O** y razón **k**, transformándose en el triángulo DEF.

Si **k > 1**, entonces todas las longitudes se multiplican por **k**



Si **0 < k < 1**, entonces todas las longitudes se multiplican por **k** y son menores en relación al triángulo ABC.

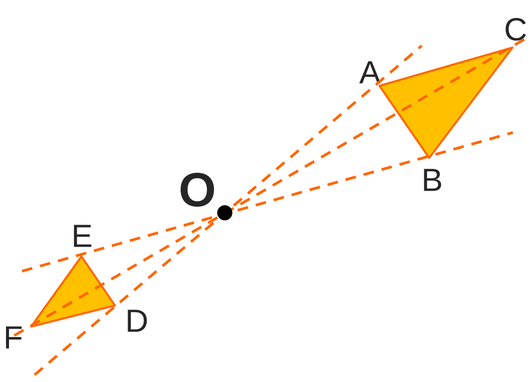


1. Homotecia

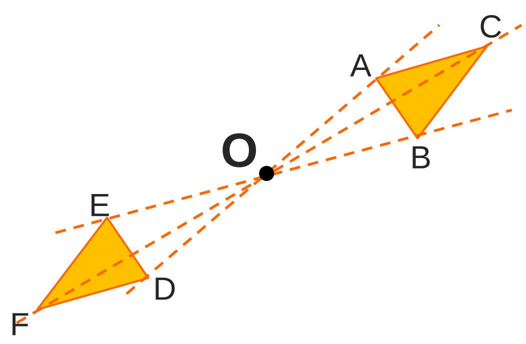
1.2 Casos

Si $k < 0$, la homotecia tiene un efecto simétrico respecto al centro O, en razón $|k|$.

Si $\mathbf{-1 < k < 0}$, entonces todas las longitudes se multiplican por $|k|$ y son menores en relación al triángulo ABC



Si $\mathbf{k = -1}$, entonces todas las longitudes se mantienen, obteniendo un triángulo DEF congruente a ABC.



Si $\mathbf{k < -1}$, entonces todas las longitudes se multiplican por $|k|$ y son mayores en relación al triángulo ABC