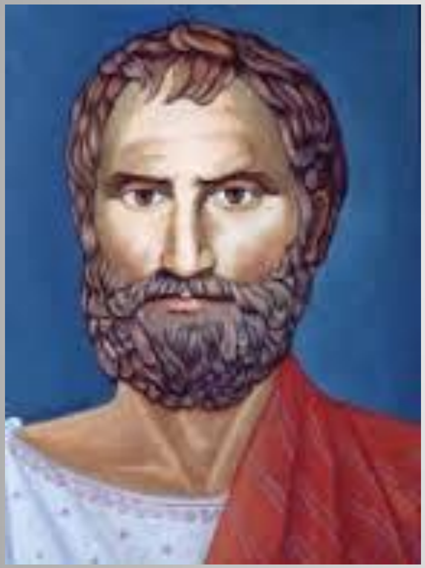


Teorema de Thales y división de segmentos

Aprendizajes esperados

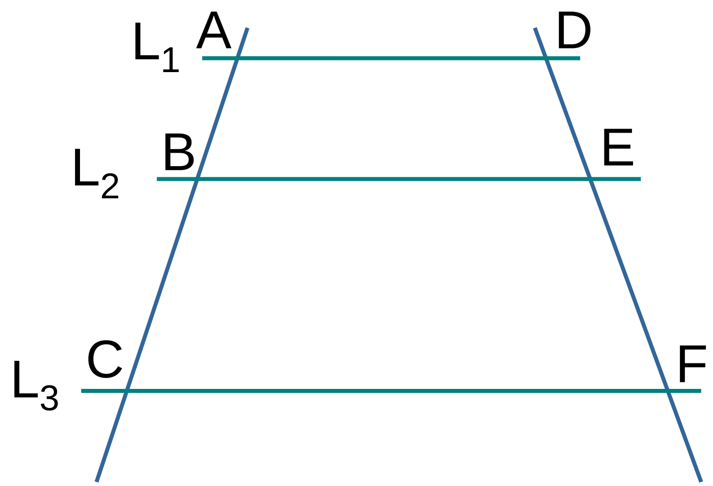
- Aplicar el teorema de Thales sobre trazos proporcionales.
- Aplicar el teorema de la bisectriz.
- Aplicar la división interior de un trazo en una razón dada.
- Verificar relaciones que se establecen en divisiones de trazos.

1. Teorema de Thales

1.1 Teorema de Thales

Si tres o más rectas paralelas son intersectadas por dos transversales, los segmentos determinados por las paralelas son proporcionales.

Sean L_1 // L_2 // L_3, entonces:

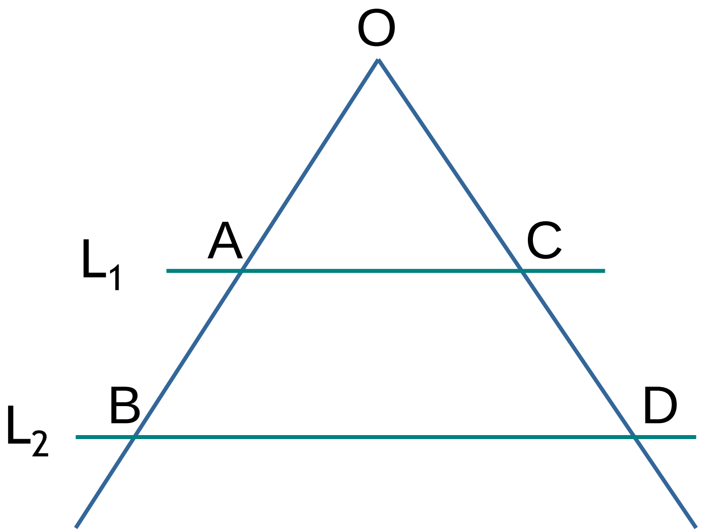


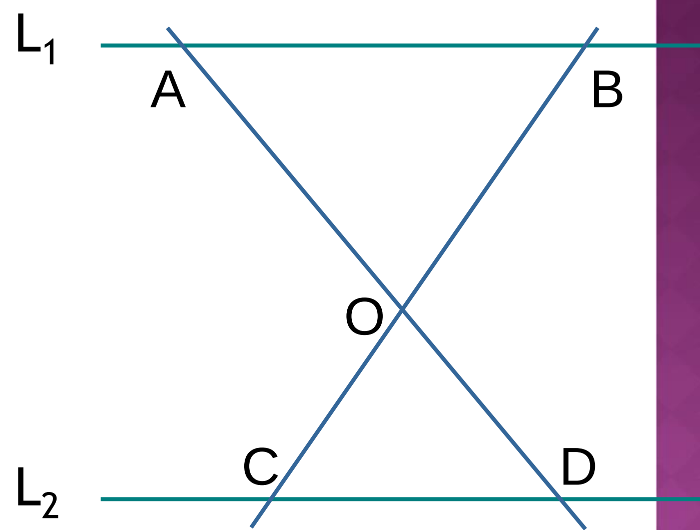
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} \qquad \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{DF}} \qquad \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DF}}$$

1. Teorema de Thales

1.2 Casos particulares

Si $L_1 \,//\, L_2$, entonces:





$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{CD}} \qquad \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} \qquad \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}}$$

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{BD}} \qquad \frac{\overline{OC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{BD}}$$

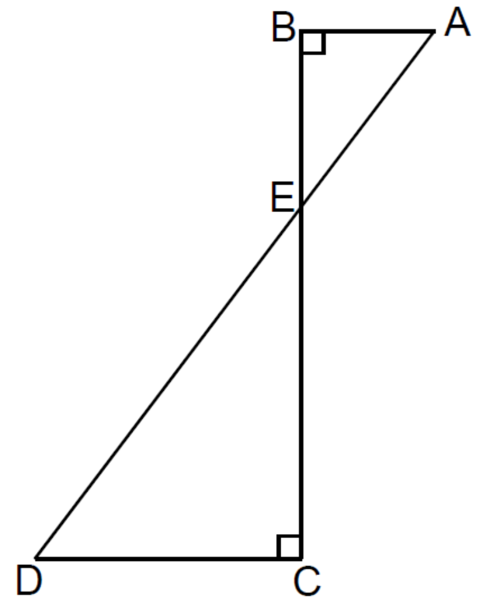
$$\frac{\overline{AO}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{BO}}{\overline{OC}} \qquad \frac{\overline{OD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{BC}} \qquad \frac{\overline{AO}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BO}}{\overline{BC}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} \qquad \frac{\overline{AB}}{\overline{BO}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}$$

1. Teorema de Thales

1.3 Ejemplo

En la figura 4, AB = 6 cm, AE = 10 cm y BC = 24 cm. La medida de $\overline{AD}$ es



A) 20 cm

B) 30 cm

C) $\dfrac{110}{3}$ cm

D) $\dfrac{114}{5}$ cm

E) $\dfrac{80}{3}$ cm

ALTERNATIVA CORRECTA

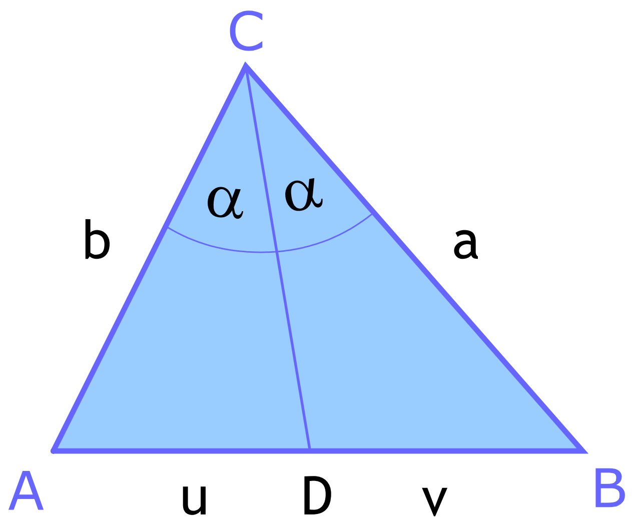
B

*Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Modelo Proceso de admisión 2015.*

2. Teorema de la bisectriz

2.1 Teorema de la bisectriz

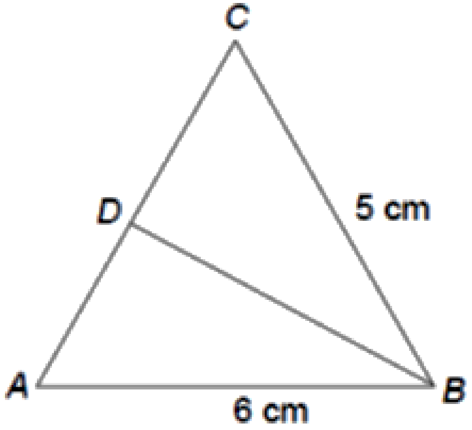
En el triángulo de la figura, $\overline{CD}$ es bisectriz. Entonces se cumple la siguiente proporción:



$$\frac{b}{u} = \frac{a}{v}$$

Este teorema es válido para cualquier triángulo.

En el triángulo *ABC* de la figura, $\overline{BD}$ es bisectriz del ángulo *CBA*. Si *AC* = 10 cm, entonces el segmento *AD* mide



A) $\frac{20}{7}$ cm

B) $\frac{50}{11}$ cm

C) $\frac{60}{11}$ cm

D) $\frac{50}{7}$ cm

E) ninguna de las medidas anteriores.

2. Teorema de la bisectriz

2.2 Ejemplo

En el triángulo ABC de la figura, el segmento AD es bisectriz del ángulo BAC. Si BC = a, entonces BD es igual a

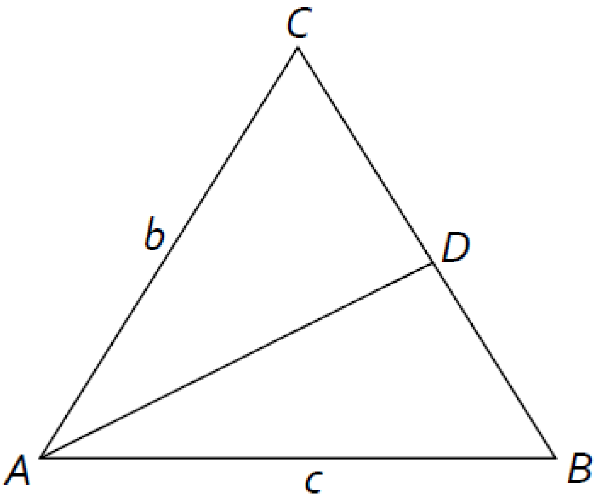
A) $\dfrac{a}{b}$

B) $\dfrac{ac}{b}$

C) $\dfrac{ac}{b+1}$

D) $\dfrac{ac}{b+c}$

E) $\dfrac{ab}{b+c}$



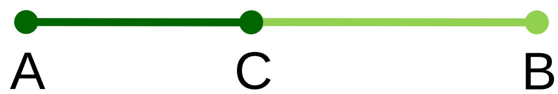
ALTERNATIVA CORRECTA

D

División de un segmento

División interior

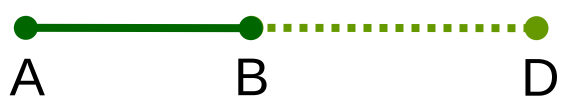
Si el punto **C** divide "interiormente" al segmento **AB** en razón **m:n**, entonces:



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{m}{n}$$

División exterior

Si el punto **D** divide "exteriormente" al segmento **AB** en razón **m:n**, entonces:



$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{m}{n}$$

División armónica

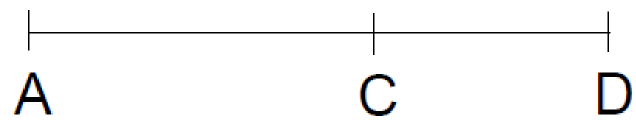
Si **C** y **D** dividen interior y exteriormente al segmento **AB** en razón **m:n**, entonces el segmento **AB** está dividido armónicamente y se cumple que:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{m}{n}$$

División de un segmento

Ejemplo

En la figura, AC = 24 cm y AC : AD = 2 : 3. La medida del segmento CD es igual a



A) 12 cm

B) 14,4 cm

C) 16 cm

D) 36 cm

E) ninguno de los valores anteriores.

ALTERNATIVA CORRECTA

A

*Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Modelo Proceso de admisión 2015.*

Pregunta oficial PSU

En el trazo AB de la figura 6, AB : CD = 6 : 1 y AC : DB = 3 : 2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

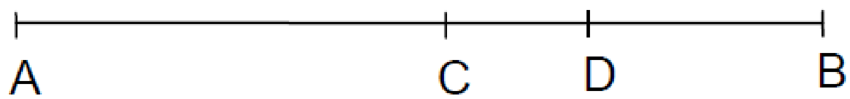
A) AB : DB = 3 : 2

B) AD : AC = 4 : 3

C) CD : AD = 1 : 3

D) CB : AC = 3 : 2

E) AB : DB = 6 : 3



ALTERNATIVA CORRECTA

B

*Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Modelo Proceso de admisión 2016.*